

SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES DIGITALES MEDIANTE UMBRALIZADO ADAPTIVO EN IMÁGENES DE COLOR

**Carlos A. Cattaneo^a, Ledda I. Larcher^a, Ana I. Ruggeri^b, Andrea Cecilia Herrera^a,
Enrique Biasoni^a, Melissa Escañuelas^b**

^a *Facultad de Agronomía y Agroindustrias, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Av. Belgrano Sur 1912; G4200ABT Santiago del Estero, Argentina, cacatta@unse.edu.ar*

<http://faa.unse.edu.ar>

^b *Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Av. Belgrano Sur 1912; G4200ABT Santiago del Estero, Argentina <http://fce.unse.edu.ar>*

Palabras clave: umbralizado adaptivo, entropía de Shannon, varianza, espacio de color RGB, binarizado, optimización multiobjetivo.

Resumen. La segmentación de imágenes digitales es el proceso por el cual una imagen es subdividida en sus componentes constitutivas, de manera tal que se puedan identificar en partes separadas. Así se pueden obtener los bordes, líneas, punto de objetos y fondo. El umbralizado clasifica las distintas partes de la imagen en puntos de objeto y puntos de fondo, mediante el cálculo de un valor límite que realizará dicha separación o binarización.

En la literatura se encuentra este proceso aplicado a imágenes en escala de grises, la actual propuesta es realizar el cálculo del umbral en cada capa de una imagen de color, realizando luego la binarización (umbralización) por capas, y comparando cada una de estas binarizaciones con una realizada en imagen en escala de grises.

Este cálculo se realizará mediante varios métodos (entropía de Shannon, método de Otsu, y otros), el cual será adaptivo, de manera tal que tenga un buen comportamiento tanto en imágenes con iluminación homogénea como en aquellas con iluminación irregular.

Los resultados experimentales preliminares muestran, para el cálculo del umbral mediante entropía de Shannon, una marcada diferencia en la umbralización, encontrándose binarizaciones de capas de color con detalles muy finos y bien definidos, como así también con detalles bastos y bordes muy gruesos, todo ello dependiente del porcentaje de cada color que tiene determinada foto. Al tomar un promedio de los umbrales y realizar el umbralizado en imágenes en escalas de grises el resultado es intermedio entre los detalles finos y gruesos de las diferentes capas de color, pero siempre inferior al umbralizado de la mejor capa.

Como en general la obtención del umbral mediante solo un criterio conduce a valores que no binarizan la imagen de manera óptima, se intentará una optimización multiobjetivo, de manera de obtener valores de compromiso que se comporten de mejor manera en una amplia gama de imágenes.

1 INTRODUCCIÓN

La segmentación de una imagen digital es una de las tareas más difíciles en el procesamiento de imágenes. Consiste en extraer o aislar objetos considerados de interés o de importancia de acuerdo al problema que se plantee. Es un proceso que subdivide la imagen en partes constitutivas, agrupando píxeles en regiones homogéneas respecto a una o más características. Este proceso finalizará cuando los objetos de interés sean aislados del resto.

Existen diferentes métodos que permiten segmentar una fotografía, entre ellos podemos nombrar, de acuerdo a *Gonzales y Woods (2002)*:

Detección de puntos, líneas y bordes: El objetivo de estas técnicas es detectar discontinuidades significativas en los valores de intensidad como por ejemplo: discontinuidades en el fondo, discontinuidades en orientación superficial, cambios de propiedades materiales, variaciones en la iluminación de la escena, etc. Tales discontinuidades marcarán los bordes, es decir los lugares donde la intensidad de la imagen cambia rápidamente. Se emplean diferentes algoritmos usando la primera y segunda derivada.

Umbralizado: Una imagen en gris es binarizada consiguiendo un umbral óptimo T y con ese valor se separan los píxeles en dos regiones, una de zonas claras y otra de zonas oscuras. En la umbralización hay dos posibles situaciones:

1. **Umbral único** (Global thresholding). Se da cuando solamente hay dos regiones de píxeles, para separarlos se establece un único umbral T . Este tipo de umbral se obtiene fácilmente a partir de histogramas bimodales.

2. **Umbral multinivel** (Local thresholding). Dada una imagen con varios objetos, para separarlos hace falta más de un umbral, de forma que los píxeles que se encuentren entre cada par de umbrales T_i y T_j representarán a un objeto.

Los umbrales elegidos pueden ser de varios tipos, dependiendo de las características tenidas en cuenta para su elección.

Watershed transformation (“Línea divisoria de aguas”): Se considera la imagen de grises como un relieve topográfico, donde el valor numérico de cada pixel representa la elevación en ese punto. A partir de los mínimos regionales se determina para cada uno de ellos su zona de influencia o cuenca. La separación entre las cuencas es la llamada línea divisoria de aguas. Si se efectúa esta transformación sobre una imagen gradiente, las líneas divisorias van a seguir los contornos de la imagen (gradiente elevado), llevando a cabo una segmentación de la zonas de la imagen homogéneas (bajo gradiente).

Si el histograma de una imagen posee picos, podemos separar dos zonas y el umbral es aquel valor que se encuentra en el valle entre ambas.

En un caso ideal el histograma de intensidad de una imagen tendría bien marcado los dos picos para zonas claras y zonas oscuras (*Figura 1*). En ese caso, diríamos que el umbral óptimo es aquel valor T que separa ambas regiones.

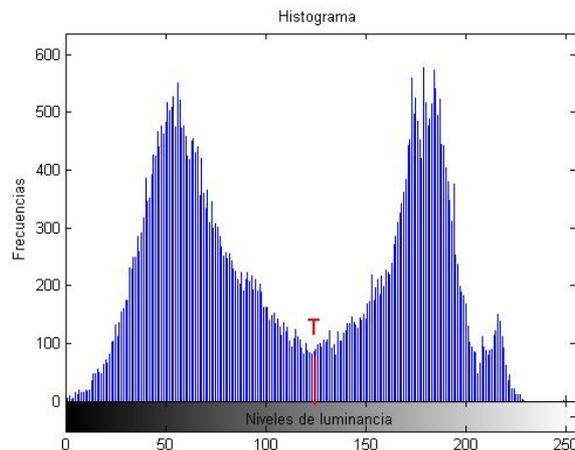


Figura 1. Histograma ideal

Sin embargo para la mayoría de las imágenes reales, no es tan fácil detectar el umbral desde el gráfico, como se muestra en la *Figura 2*; para ello empleamos en el trabajo diferentes métodos propuestos por diversos autores, particularmente utilizaremos el método de umbralización de una imagen, tratando de obtener umbrales óptimos que permitan, en una etapa posterior, distinguir los objetos a evaluar.

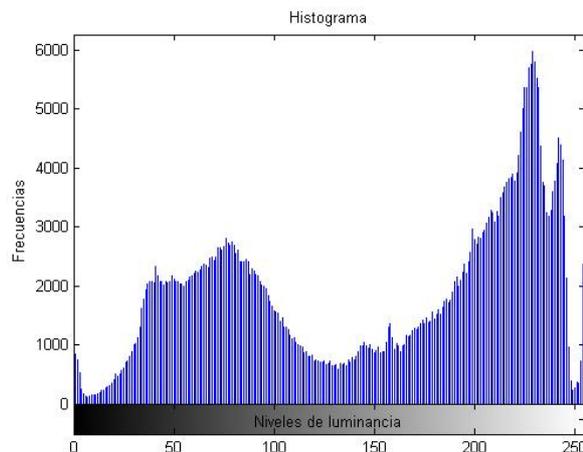


Figura 2. Ejemplo de un histograma que no es claramente bimodal

2 ESTADO DEL ARTE

Otsu (1979) presentó un método no paramétrico y no supervisado (unsupervised), para la selección automática del umbral para segmentación de imágenes, propuesto para imágenes en escalas de grises. El umbral óptimo se selecciona mediante el método de discriminantes que maximiza la separabilidad de las clases resultantes en niveles de gris. Usa los momentos acumulativos de orden cero y uno del histograma de niveles de grises.

Años después *Cheriet et al. (1998)* extendieron el método de Otsu, proponiendo un método recursivo para la obtención de umbrales. Este enfoque segmenta en cada ciclo el objeto homogéneo más brillante de una imagen dada, dejando sólo los objetos homogéneos

más oscuros luego de la última recursión. Este método fue posteriormente usado como base para el análisis de imágenes en color. *Nimbarte y Mushrif (2010)* lo usaron como base, comparando el método de Otsu con el MCVT (Minimum Class Variance Thresholding), obteniendo como conclusión que Otsu sigue siendo más potente para una amplia gama de imágenes.

La selección del umbral basada en la entropía, fue primeramente propuesta por Pun (1980, 1981) y luego desarrollada en varios papers (*Luthon et. al, 2004; Chang et al, 2006; Raof et. al, 2008*). Este método maximiza a priori una función de evaluación, la cual es una entropía, determinada a posteriori. El criterio de entropía y entropía relativa (también conocida como distancia de información de Kullback-Leibler) fue ampliamente desarrollado por varios autores (*Chang et al, 2006*). La entropía mide la incertidumbre de una fuente de información con un umbral óptimo, que se obtiene maximizando la entropía de Shannon; mientras que la última, mide la discrepancia de información entre dos fuentes con un umbral obtenido minimizando la entropía relativa.

Ambos métodos (Otsu y entropía de Shannon) son considerados métodos clásicos de testeo de imágenes y también son métodos base para desarrollo de otros (*Besbes, 2004; Chang et al, 2006; Nimbarte y Mushrif, 2010*). Se han propuesto también métodos basados en lógica difusa, comparando sus resultados con estos métodos clásicos (*Besbes, 2004; Haghghatdoost y Safabakhsh, 2006; Kurugollu et al., 2007; Raof et al, 2008*).

Por último se han propuesto optimizaciones multiobjetivo (u optimización Pareto), basándose en el hecho de que el umbralizado mediante la optimización de un solo criterio no suele conducir a valores que se comporten de manera óptima con una amplia gama de imágenes. Para ello, se buscan umbrales con varios métodos, que obviamente discreparán entre ellos, y se busca el óptimo mediante la optimización Pareto (*Nakib et al., 2007*)

2.1 Método de Shannon

Shannon define la entropía como una medida de incertidumbre de la información contenida en un sistema. La entropía de una variable aleatoria está definida en términos de una distribución de probabilidad, la cual puede mostrar una buena medida de incertidumbre.

Se consideran los píxeles de una imagen convertida a 256 niveles de gris (*ecuación 1*) y se separan en dos niveles principales de gris, el primer plano o *foreground* (*ecuación 2*) y un fondo de base o *background* (*ecuación 3*). La variable g denotará esos valores de niveles de gris. Para imágenes de 8 bits $g = 0...255$

$$I = \{\text{conjunto de píxeles de la imagen de entrada}\} \quad (1)$$

$$F = \{g \in I / g = 1:T\} \quad (2)$$

$$B = \{g \in I / g = T+1:G\} \quad (3)$$

En el contexto de procesamiento de imágenes, el foreground es el conjunto de píxeles con luminancia menor a un cierto valor T , mientras que el background es el conjunto de píxeles con luminancias por encima de este valor de umbral T .

La función `imhist()` de Matlab calcula el nivel de gris para cada píxel, las frecuencias absolutas para cada píxel g . Calculamos las probabilidades estimadas de cada píxel g haciendo el cociente entre n_g y N , (*ecuación 4*), siendo n_g el número de veces que se repite el píxel g en la imagen y N la cantidad total de píxeles.

$$p(g) = \frac{n_g}{N} \quad (4)$$

$$\sum_{g=1}^G p(g) = 1 \quad (5)$$

$$N = \sum n_g \quad (6)$$

Las probabilidades del foreground y background están expresadas como se indica en las *ecuaciones 7 y 8*, respectivamente:

$$p_f(g), 0 \leq g \leq T \quad (7)$$

$$p_b(g), T+1 \leq g \leq G \quad (8)$$

Definimos la probabilidad acumulada como expresa la *ecuación 9*

$$P(g) = \sum_{g=1}^G p(g) \quad (9)$$

Esta función de probabilidad puede ser considerada como una suma o unión de dos funciones de probabilidad, una para zonas claras (foreground) y otra para zonas oscuras (background). Ecuaciones *10 y 11*.

$$P_f(T) = P_f = \sum_{g=0}^T p(g) \quad (10)$$

$$P_b(T) = P_b = \sum_{g=T+1}^G p(g) \quad (11)$$

La entropía de Shannon, paramétricamente dependiente del valor umbral T , está definida, para el foreground y background, como: (ecuaciones *12 y 13*)

$$H_f(T) = - \sum_{g=0}^T p_f(g) \cdot \log p_f(g) \quad (12)$$

$$H_b(T) = - \sum_{g=T+1}^G p_b(g) \cdot \log p_b(g) \quad (13)$$

La suma de estas dos expresiones puede ser denotada como $H(T)$ definida mediante la *ecuación 14*

$$H(T) = H_f(T) + H_b(T) \quad (14)$$

Usando las ecuaciones 12 y 13, se reemplaza obteniendo lo enunciado por la *ecuación 15*

$$H(T) = \left(- \sum_{g=0}^T p_f(g) \cdot \log p_f(g) \right) + \left(- \sum_{g=T+1}^G p_b(g) \cdot \log p_b(g) \right) \quad (15)$$

Que también puede expresarse también como (*ecuación 16*)

$$H(T) = -\sum_{g=0}^G p(g) \cdot \log(p(g)) \quad (16)$$

El umbral óptimo será entonces aquel que maximice esta entropía global (*ecuación 17*)

$$T^* = \text{Max}\{H(T)\} \quad (17)$$

2.2 Método de Otsu

Se aplica a imágenes en gris, al igual que Shannon separa los píxeles en dos regiones, calculando las áreas de las probabilidades del foreground y background como se define en las ecuaciones 10 y 11.

Las medias (μ) y varianzas (σ) correspondientes al background y foreground son:

$$\mu_f = \sum_{g=1}^T g \frac{p(g)}{P_f(T)} \quad (18)$$

$$\mu_b = \sum_{g=T+1}^G g \frac{p(g)}{P_b(T)} \quad (19)$$

$$\sigma_f^2 = \sum_{g=1}^T \frac{(g - \mu_f)^2 \cdot p(g)}{P_f} \quad (20)$$

$$\sigma_b^2 = \sum_{g=T+1}^G \frac{(g - \mu_b)^2 \cdot p(g)}{P_b} \quad (21)$$

En general definimos la media y la probabilidad acumulada en función de un umbral T de acuerdo a las ecuaciones 22 y 23

$$\mu(T) = \sum_{g=1}^T g \cdot p(g) \quad (22)$$

$$P(T) = \sum_{g=1}^T p(g) \quad (23)$$

Calculamos la varianza entre las dos regiones o zonas (background y foreground) usando la *ecuación 24*

$$\sigma_B^2 = P_f \cdot P_b (\mu_f - \mu_b)^2 \quad (24)$$

O también como se indica en la *ecuación 25*

$$\sigma_B^2 = \frac{[\mu(T) \cdot (P(T) - \mu(T))]^2}{P(T) \cdot (1 - P(T))} \quad (25)$$

El umbral óptimo será aquel que maximice esta varianza (*ecuación 26*)

$$T^* = \text{Max}\{\sigma_B^2(T)\} \quad \text{con} \quad 0 \leq T \leq 255 \quad (26)$$

3 TIPOS DE APLICACIÓN

3.1 Procedimiento Iterativo

Gonzalez y Woods (2002) describen un procedimiento iterativo buscando un umbral óptimo. El proceso consta de los siguientes pasos:

1. Se selecciona un umbral inicial T . (Calculado por Shannon u Otsu)
2. Se separa la imagen en dos zonas: G_1 correspondiente a píxeles con intensidad menor o igual que T , y G_2 con píxeles con intensidad mayor que T .
3. Se calcula un nuevo umbral $T = \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)$
4. Se repiten los pasos 2 a 4 hasta que la diferencia sea menor que un parámetro dado.

3.2 Adaptivo:

El umbral de una imagen digital, en general, tendrá una expresión, como la expuesta por la *ecuación 27*:

$$T = T[(x, y), h(x, y), f(x, y)] \quad (27)$$

Esto es, dependerá de la posición del pixel a analizar (x, y) , del nivel de gris del pixel en cuestión $f(x, y)$, y de alguna propiedad local del punto $h(x, y)$, como por ejemplo, el nivel medio de gris en un vecindario centrado en (x, y) . Cuando el umbral T depende sólo de $f(x, y)$, o sea del nivel de gris, se llama "umbral global", si depende de $f(x, y)$ y $h(x, y)$, es llamado "umbral local", y si además depende de la posición del píxel (x, y) , es llamado "dinámico" o "adaptivo".

Una imagen con una iluminación no uniforme, presentará zonas muy claras y otras muy oscuras. Esta característica producirá un histograma que no será claramente bimodal (necesario para una elección efectiva de un umbral global), lo que llevará a métodos de cálculo muy complicados. Para subsanar esta situación, lo que se hace es particionar la imagen original, en subimágenes, calcular el umbral T en cada una, y luego umbralizarla (binarizarla), con su umbral correspondiente. Puesto que el umbral usado por cada pixel depende de la ubicación del mismo en términos de la subimagen, este umbral es adaptivo.

Para la subdivisión, tomamos la matriz original de orden $m \times n$ y la dividiremos en $a \times a$ submatrices ($a \in N$) cada una de orden $(m/a) \times (n/a)$.

Aplicaremos las ecuaciones tanto de Shannon como de Otsu a cada una de estas submatrices, se las binariza y finalmente, se reconstruye la imagen total $m \times n$

3.3 Separación por colores

En imágenes a color pertenecientes al espacio RGB podemos representarlas por hipermatrices de $m \times n \times 3$, cada una de las tres capas de las hipermatrices contiene los valores de luminancia correspondiente al rojo, verde y azul.

Al separar estas capas, presentan sus luminancias en escalas de grises, por lo tanto se pueden aplicar todas las ecuaciones anteriormente descriptas a cada capa de cada color.

4 RESULTADOS

Para ambos métodos se trabajó primeramente en la búsqueda de un umbral global, o sea, considerando todos los píxeles de la imagen. Se utilizó una imagen en RGB (*Figura 3*), se la transformó a escala de grises (*Figura 4*) aplicando la función `rgb2gray` de MatLab. Obtenemos el histograma de frecuencias usando la función `imhist()` de MatLab para las 256 intensidades (*Figura 5*), luego se realiza la curva de probabilidades dividiendo la frecuencia de cada píxel por el número total de píxeles de la imagen (*Figura 6*). Separamos las probabilidades del foreground y background para ambos métodos (*Figura 7*).



Figura 3. Imagen en RGB

Figura 4. Imagen en gris

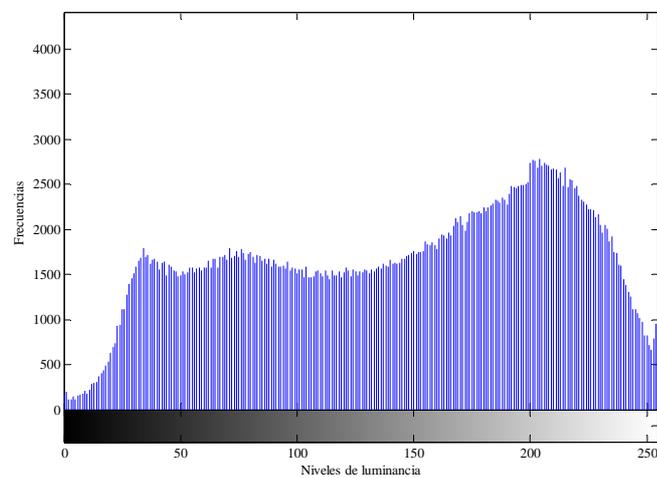


Figura 5. Histograma correspondiente a la Figura 4

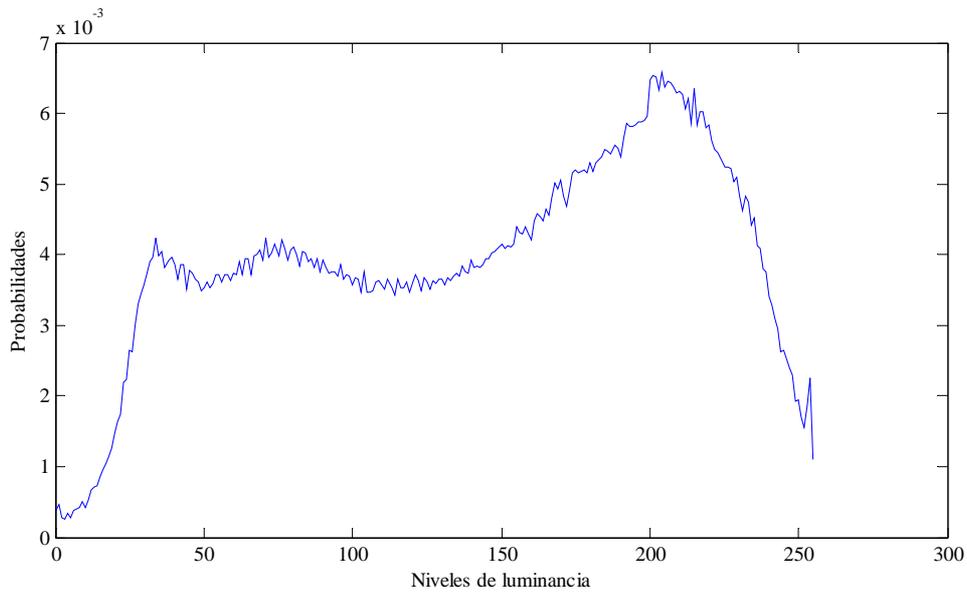


Figura 6. Distribución de Probabilidades

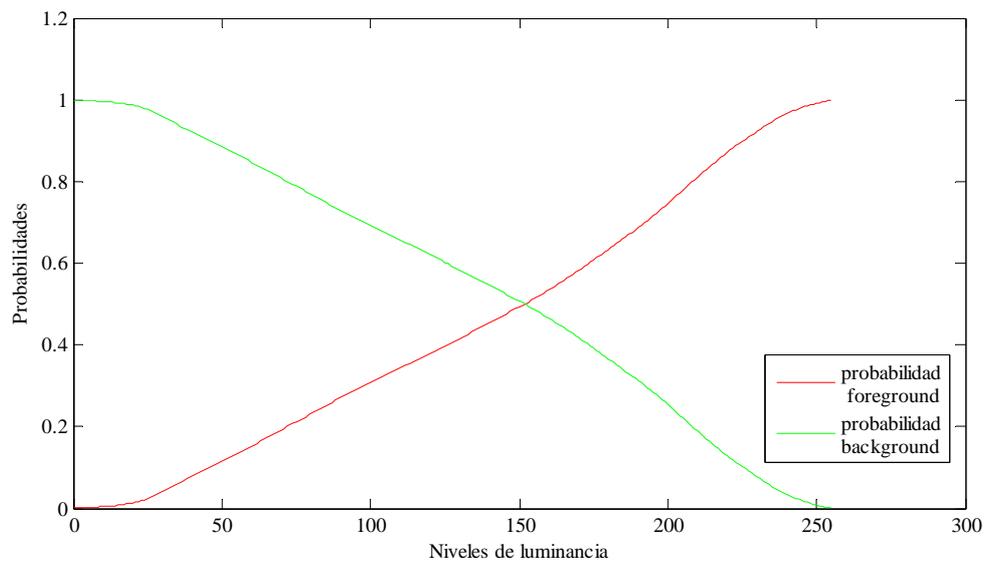


Figura 7. Curvas de Probabilidades del Foreground y Background

A continuación, se muestran las imágenes resultantes luego de aplicar el método de umbral global según Shannon (*Figura 8*) y Otsu (*Figura 9*)

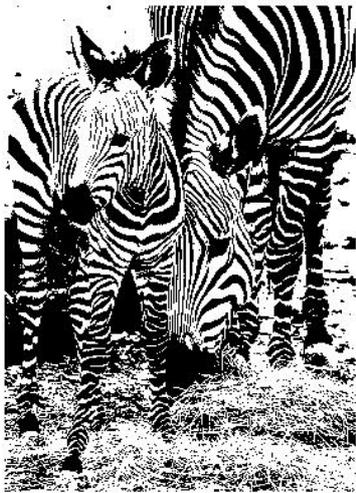


Figura 8. Umbral global por el método de Shannon a partir de imagen en escala de grises



Figura 9. Umbral global por el método de Otsu a partir de imagen en escala de grises

La *Figura 10* muestra la curva de entropías (al usar método de Shannon) y la *Figura 11* muestra la curva de la varianza entre zonas (según el Método de Otsu)

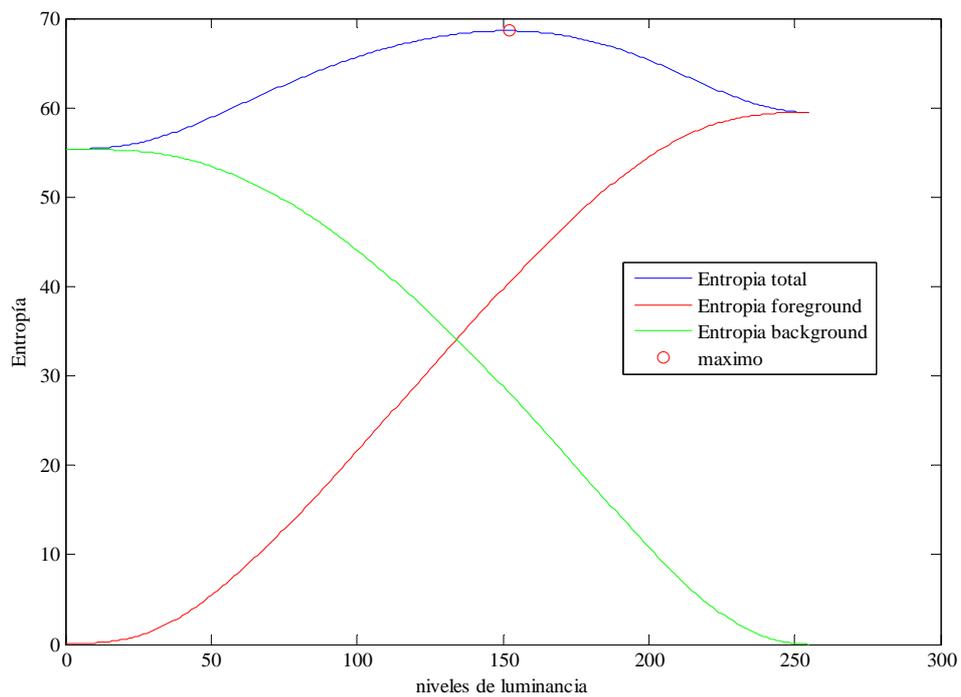


Figura 10. Curva de Entropías (Método de Shannon)

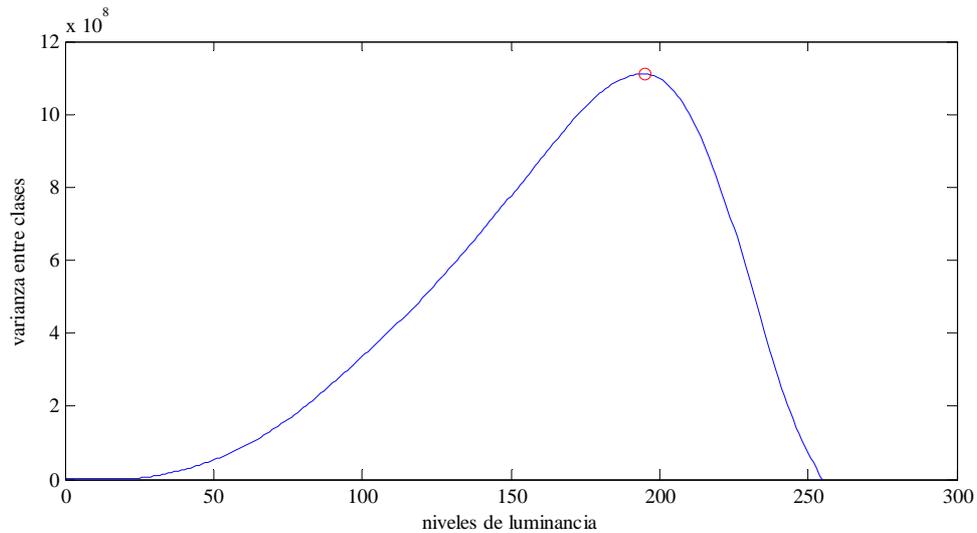


Figura 11. Curva de la varianza entre zonas (Método de Otsu)

Como segunda medida se trabajó con umbrales globales pero, esta vez, aplicados a cada capa de color, con lo cual se observó una marcada diferencia entre los umbralizados de las distintas capas, optimizándose una de las capas dependiendo de la composición de colores de cada imagen en particular. Siguiendo el método de Otsu se observa que las imágenes binarizadas son más homogéneas, mientras que las imágenes obtenidas por el método de Shannon muestran marcadas diferencias de iluminación, obteniéndose imágenes muy oscuras o muy claras. Los resultados por método de Shannon pueden verse en la [figura 12](#) (capa roja), [figura 14](#) (capa verde) y [figura 15](#) (capa azul). Los resultados siguiendo Otsu para cada capa pueden observarse en las figuras [13](#), [15](#) y [17](#).



Figura 12. Umbralizado global – Método de Shannon – Rojo



Figura 13. Umbralizado global – Método de Otsu – Rojo

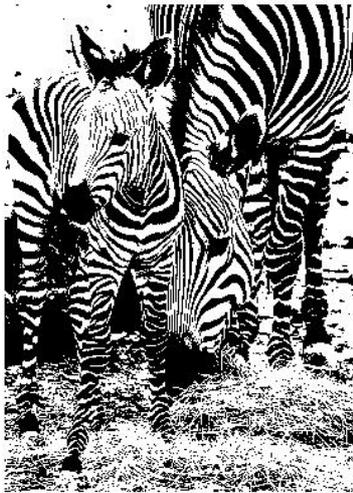


Figura 24. Umbralizado global – Método de Shannon – Verde



Figura 35. Umbralizado global – Método de Otsu – Verde



Figura 46. Umbralizado global – Método de Shannon – Azul



Figura 57. Umbralizado global – Método de Otsu – Azul

En la *figura 18* se observa la gráfica de la entropía por capa y en la *figura 19* se muestra las curvas de varianza entre zonas por capas.

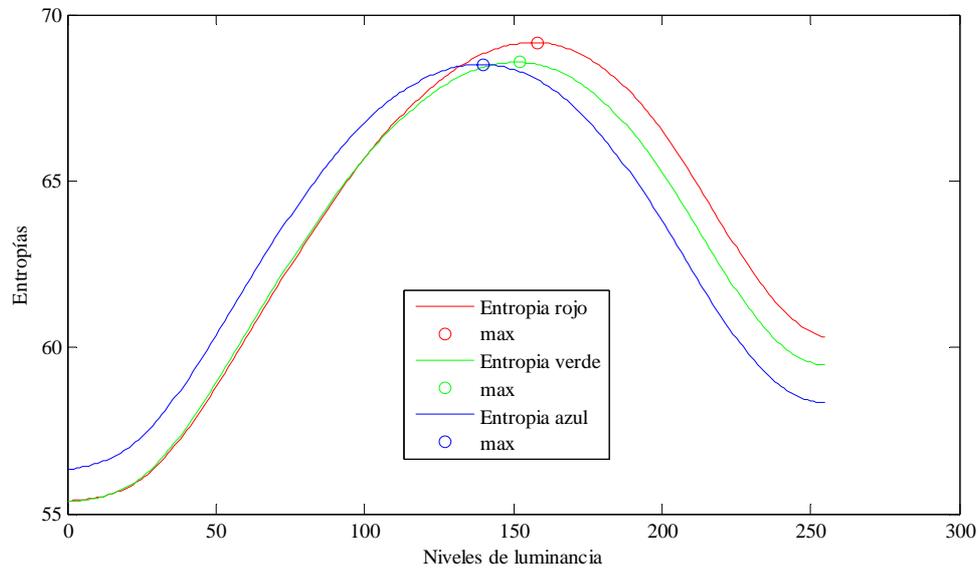


Figura 18. Curvas de entropías por capas

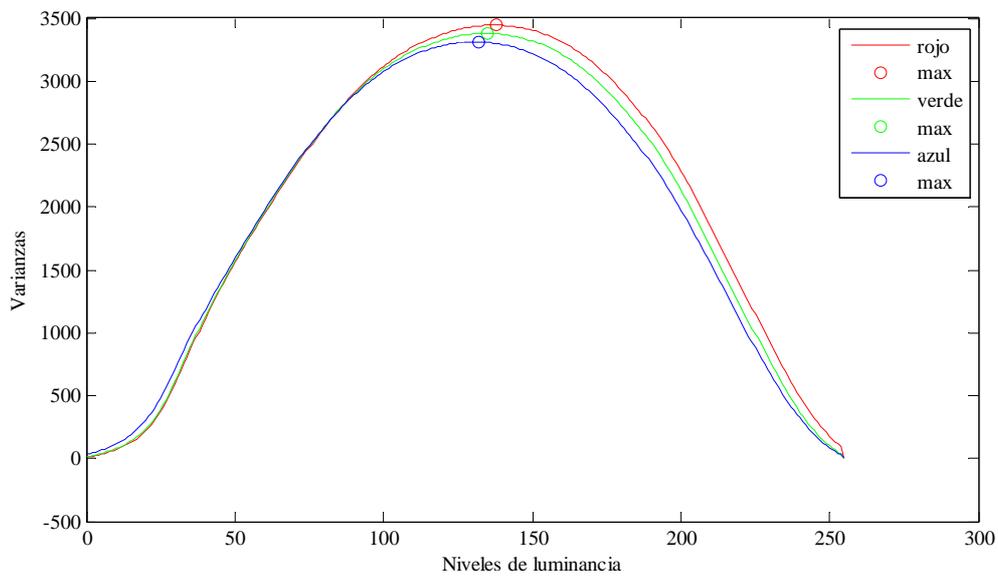


Figura 19. Curva de varianza entre clases y máximos por capas

Con estas pruebas se observó que en aquellas imágenes que poseían iluminación irregular, la imagen binaria luego del umbralizado, no quedaba definida con igual calidad en toda la extensión de la imagen, quedando zonas muy oscuras, o zonas muy claras, con gran pérdida de la información en estas partes. Para evitar este inconveniente se realizó un umbralizado adaptivo, o sea, dependiente de la posición del píxel.

Para ello se dividió la imagen en subimágenes parciales y, para cada una de éstas, se calculó un umbral parcial, por alguno de los métodos explicados anteriormente. Luego se binarizó cada una de las subimágenes, reconstruyéndose, finalmente, la imagen completa. Este procedimiento se realizó tanto para imágenes en escalas de grises, como para cada una de las capas de colores. Las figuras 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 y 27 muestran la aplicación de umbralizado adaptivo según los métodos de Shannon y Otsu a imágenes en escala de grises y a cada una de las capas de color.



Figura 20. Umbralizado adaptivo – 36 subimágenes – Imagen en escala de grises – Método de Shannon



Figura 21. Umbralizado adaptivo – 36 subimágenes – Imagen en escala de grises – Método de Otsu



Figura 22. Umbralizado adaptivo – 36 subimágenes – Rojo – Método de Shannon



Figura 23. Umbralizado adaptivo – 36 subimágenes – Rojo – Método de Otsu



Figura 24. Umbralizado adaptivo – 36 subimágenes – Verde – Método de Shannon



Figura 25. Umbralizado adaptivo – 36 subimágenes – Verde Método de Otsu



Figura 26. Umbralizado adaptivo – 36 subimágenes – Azul – Método de Shannon



Figura 27. Umbralizado adaptivo – 36 subimágenes – Azul – Método de Otsu

Los resultados logrados con aplicación de umbralizado adaptivo fueron análogos a aquellos obtenidos con un umbralizado global, o sea, se observa la optimización para cierta capa de color con mayor definición de detalles que la imagen umbralizada, cuya original estaba en escala de grises. Sólo que, esta vez, la definición de la imagen es más homogénea en toda su extensión.

Por último, usando Shannon y Otsu, se hizo un cálculo iterativo. Los resultados pueden verse en las Figuras 28 y 29 respectivamente.



Figura 28. Iterativo con Shannon



Figura 29. Iterativo con Otsu

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se han testado diferentes métodos de umbralizado sobre un conjunto de imágenes color. Se han realizado programas que implementan los métodos de Shannon y Otsu para imágenes en escala de grises y en cada capa de color para imágenes en RGB.

Se ha observado que el método de Shannon se comporta mejor que el de método de Otsu para la aplicación de umbralizado global.

Por otra parte la aplicación del método de Shannon permite obtener mejores resultados que con el método de Otsu para el umbralizado iterativo, mientras que ambos se comportan mejor en el caso de imágenes RGB que para imágenes en escala de grises.

Al utilizar el método adaptivo se comprobó que, al igual que en el caso de la aplicación del método de Shannon, siempre se optimiza una de las capas de color dependiendo de la tonalidad total de la imagen.

La aplicación del método iterativo no marca diferencias profundas entre ambos métodos pero si permite una mejor definición de las imágenes binarizadas que usando los métodos clásicos de Shannon u Otsu.

En general los umbrales obtenidos mediante Shannon permiten una mejor definición en la separación entre el objeto y el fondo omitiendo algunas zonas claras, perdiendo información y definiendo mejor zonas oscuras; mientras que Otsu mantiene un comportamiento similar pero con umbrales menores a los de Shannon con resultado de imágenes binarizadas más oscuras con mejor definición de zonas claras.

Todos estos resultados corresponden al grupo de imágenes testeadas, pero pueden variar con otras imágenes, dependiendo de las características de color de cada una.

REFERENCIAS

Besbes, M. Cells images color segmentation based on thresholding and watershed segmentation. *IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*. 2004.

- Chang, C. I.; Du, Y.; Wang, J.; Guo, S. M. and Thouin, P.D. Survey and comparative analysis of entropy and relative entropy thresholding techniques. *IEE Proceedings online no. 20050032*. 2006.
- Cheriet, M.; Said, J. N. and Suen, C. Y. A recursive thresholding technique for image segmentation. *IEEE Transactions on image processing*, Vol. 7, No. 6, June 1998
- Gonzales, R.C. and Woods, R.E. *Digital Image Processing*, Prentice-Hall, Upper Sadler River, NJ, 2002.
- Haghighatdoost, V. and Safabakhsh, R. Automatic multilevel color image thresholding by the growing time adaptive self organizing map. *Information and Communication Technologies, 2006. ICTTA '06. 2nd*. 1768-1772. 2006.
- Kurugollu, F.; Ahmed Bouridane, A. and Roula, M. A. Fuzzy thresholding of color images using Dempster-Shafer theory. *9th International Symposium on Signal Processing and Its Applications, 2007. ISSPA 2007*. 1-4. 2007
- Luthon, F.; Lievin, M. and Faux, F. On the use of entropy power for threshold selection. *Signal Processing* 84:1789–1804. 2004
- Nakib, A.; Oulhadj, H. and Siarry, P. Image histogram thresholding based on multiobjective optimization. *Signal Processing* 87:2516–2534. 2007
- Nimbarte, N. M., Mushrif, M. M. Multi-level thresholding algorithm for color image segmentation. *ICCEA*, vol. 2:231-233, 2010 Second International Conference on Computer Engineering and Applications. 2010
- Otsu, N. A threshold selection method from gray-level histograms. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics*, vol. 9, no. 1:377-393. 1979.
- Pun, T. A new method for grey-level picture thresholding using the entropy of the histogram, *Signal Process*, 2:223–237. 1980
- Pun, T. Entropic thresholding: a new approach. *Comput. Graph. Image Process*.16:210–239, 1981
- Raof R.A.A.; Salleh, Z.; S.I. Sahidan, M.Y.; Mashor, S.S.; Noor, M; Mohamad Idris F. and Hasan, H. Color thresholding method for image segmentation algorithm of Ziehl-Neelsen sputum slide images. *Proceedings of the 5th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE 2008)*. 212-217. 2008
- Tao W.; Tian, J. and Liu J. Image segmentation by three-level thresholding based on maximum fuzzy entropy and genetic algorithm. *Pattern Recognition Letters* 24:3069–3078. 2003